Groei en productie van es in Nederland

J.J. Jansen¹, L. Goudzwaard¹, A. Oosterbaan², G.M.J. Mohren¹, en J. den Ouden¹

FEM Groei en Productie Rapport 2018-11

¹ Forest Ecology and Forest Management group, Wageningen University, Department of Environmental Sciences

² Nature and Society, Wageningen Environmental Research (WENR)

Jansen, J.J. L. Goudzwaard, A. Oosterbaan, G.M.J. Mohren en J. den Ouden, 2018. *Groei en productie van es in Nederland*. FEM Groei en Productie Rapport 2018 – 11, 43 blz.

Synopsis: Van 1982 tot 1998 is in Nederland groei- en productieonderzoek bij de es uitgevoerd. Dat betreft studies van de Dorschkamp/IBN en van Wageningen Universiteit. Samen met de permanente steekproeven uit de HOSP zijn 41 proefperken met 150 opnamen beschikbaar. Voor de ontwikkeling van de opperhoogte h_{top} met de leeftijd t werd het heteromorfe model van Cieszewski gekozen, met asymptoot en 3 andere parameters. Als site index is voor de h_{50} gekozen. De diameter bij een hoogte van 7 m (d_7) werd het best verklaard met een functie in h_{top} en de boomafstand, voor de groei tot d_7 werd een lineaire verband verondersteld. Met een powerfunctie werd de grondvlakbijgroei i_G verklaard met h_{50} , h_{top} , t en standruimte index van Hart ($S\%$). Voor $S\% > 16.7$ daalt de grondvlakbijgroei sterk met een niet-lineaire functie in $S\%$. Het model bevat een correctiefactor voor yor , deze bleek niet significant en ook h_{top} bleek niet significant. Het effect van de dunning op de diameter na dunning is gemodelleerd met een gemodificeerd La Bastide-Faber model. Er is een opbrengsttabel gemaakt met een matige laagdunning en vijf boniteiten.

Abstract: In the Netherlands growth and yield research on ash was done from 1949 to 1988. This includes studies by the Dorschkamp/IBN research institute and by Wageningen University. Together with the permanent sample plots from the timber prognosis system HOSP, all this comprises a dataset of 41 plots with 150 recordings. For the development of top height h_{top} with age t , Cieszewski's polymorphic model with site index h_{50} and three additional parameters fitted best. The diameter development up to stand height of 7 m was described with a linear function in h_{top} and tree distance. From a stand height of 7 m and up, the basal area increment (i_G) was described by Jansen's *et al.* model based on a power function with h_{50} , h_{top} , t , year of recording (yor), and the stand density of Hart ($S\%$). For $S\% > 16.7$ the basal area increment strongly decreases non-linearly with increasing $S\%$. The model contains a correction factor for yor , but this was not significant, nor was h_{top} . The effect of thinning on the diameter after thinning was modelled with a modified La Bastide-Faber model. The models were used to construct yield tables for with five site classes and one thinning intensity.

Keywords: European ash, *Fraxinus excelsior*, Netherlands, yield tables, different thinning grade, Becking-Hart spacing index, height growth models, power model for basal area increment, La Bastide-Faber model for thinning effect.

Dit rapport is gratis te downloaden op: <https://doi.org/10.18174/444100>

Dit rapport is gebaseerd op de database: Goudzwaard, L., J.J. Jansen, A. Oosterbaan, J.F. Oldenburger, G.M.J. Mohren & J. den Ouden, 2016. FEM growth and yield data Monocultures – Ash. DANS. <http://dx.doi.org/10.17026/dans-xmc-39t5>

Voorwoord

In Nederland zijn er waarnemingen verricht in permanente proefperken van de es (*Fraxinus excelsior*) tussen 1980 en 1998.

Jansen *et al.* (1996) kiezen in hun tabellenboek voor bewerking van de tabel van Volquardts (1958). Bartelink *et al.* (2001) geven een uitgebreid overzicht van de context en publicaties van het groei- en productieonderzoek aan deze en andere boomsoorten in Nederland.

Samen met de permanente steekproefpunten van de HOSP is er de huidige studie de beschikking over de gegevens van 32 plots met 111 opnamen in het tijdvak 1980 tot 1999. Voor de hoogtegroeier waren er aanvullende gegevens beschikbaar uit onderzoek naar menging van es met esdoorn.

In dit rapport wordt de ontwikkeling van opstanden van es met verschillende dunninggraden geanalyseerd met het doel een groeimodel te maken bij een ruim scala aan beheerstrategieën. Deze studie is de elfde in een serie, waarin de groei en productie van douglas (Jansen *et al.*, 2016), Japanse lariks, fijnspar, grove den, zomereik, beuk, Corsicaanse den, Oostenrijkse den, populier, Amerikaanse eik en zwarte els werden bestudeerd.

De studie volgt waar mogelijk dezelfde werkwijze als de voorgaande studies en vaak zijn delen van de tekst uit deze rapporten (soms ook zonder bronvermelding) overgenomen. Maar met de Amerikaanse eik en volgende rapporten is er sprake van een vereenvoudigde werkwijze, omdat er beduidend minder gegevens ter beschikking zijn en wordt er ook een opbrengsttabel met één dunninggraad gepresenteerd.

Om de toegankelijkheid voor niet Nederlandse lezer te verhogen zijn alle figuren, en formules en veel tabellen van Engelse tekst voorzien.

Hans Jansen,
Wageningen, 2018

Inhoud

Voorwoord	1
Inhoud	2
1. Inleiding	4
2. Basismateriaal	5
3. Hoogteontwikkeling	7
3.1. Modellen voor hoogtegroeï	7
3.2 Analyse	8
3.3 Uiteindelijke model	9
3.3.1 Analyse van de residuen.....	10
3.3.2 Boniteitindeling	11
3.4 Conclusie	12
4. Opbrengstniveau	13
4.1 Diameter- en grondvlakontwikkeling tot een hoogte van 7 m	13
4.2 Grondvlakbijgroei	14
5. Dunningsysteem.....	17
6. Constructie Opbrengsttabellen	19
6.1 Overige allometrische relaties.....	19
6.2 Opbrengsttabellen.....	20
6.3 Vergelijking met andere opbrengsttabellen	21
6.3.1 Hoogteontwikkeling	22
6.3.2 Productieniveau	25
7. Discussie en conclusies.....	27
7.1 Hoogtegroeï.....	27
7.2 Diameter en grondvlak.....	27
7.2.1 Diameterontwikkeling.....	28
7.2.2 Grondvlakbijgroei	28
7.3 Dunning	28
7.4 Kwaliteit van het model	29
Samenvatting.....	30
Summary	32
Literatuur.....	34
Bijlage 1. Opbrengsttabel voor es Nederland 2018	36
Toelichting opbrengsttabellen	36

Explanation yield tables	37
Boniteringfiguur	38
Matige laagdunning.....	39

1. Inleiding

Tussen 1980 en 1999 zijn er gegevens verzameld over de groei van es. Met deze gegevens is het mogelijk modellen te maken die de ontwikkeling van essenopstanden bij een variatie aan beheerstrategieën verklaren en mogelijk voorspellen. Eén van de gebruikelijke modellen is een opbrengsttabel. Jansen *et al.* (1996) hebben een opbrengsttabel voor de es opgenomen met één dunningregime, welk geclassificeerd kan worden als een sterke laagdunning. Deze tabel is een bewerking van de opbrengsttabel van Volquardts (1958) voor Sleeswijk-Holstein, en is niet gebaseerd op meetgegevens uit Nederland.

Een opbrengsttabel is een model waarmee de opstandontwikkeling in de tijd wordt beschreven en het bestaat meestal uit drie submodellen:

1. Model voor de hoogteontwikkeling, dit wordt In Hoofdstuk 3 besproken.
2. Model voor de grondvlakbijgroei in de tijd of relatief ten opzichte van de hoogte, waarmee het productieniveau van opstanden kan worden voorspeld, dit wordt In Hoofdstuk 4 besproken.
3. Model voor de dunning. Dit model moet een definitie geven van de dunninggraden, daarnaast is het de vraag wat de interactie is met model ad 2 bij verschillende dunninggraden. In Hoofdstuk 5 komen deze vragen aan de orde.

In hoofdstuk 2 worden de basisgegevens besproken. In Hoofdstuk 6 worden de 3 submodellen geïntegreerd tot een serie opbrengsttabellen. Deze worden vergeleken met andere tabellen. De opbrengsttabellen zijn te vinden in Bijlage 1.

2. Basismateriaal

Sinds 1980 is er in Nederland onderzoek gedaan naar de ontwikkeling van essenopstanden dit betreft twee studies, gedurende een ongeveer overlappende periode zijn ook steekproefpunten van de HOSP gemonitord:

2. Groei- en productieonderzoek Dorschkamp/IBN 1982 – 1992 ten behoeve van opbrengsttabellen. Er zijn 3 proefperken met 11 opnamen;
3. Plantafstandproef IBN 1980-1998. Het betreft onderzoek naar groei van bij 5 verschillende plantafstanden-proefperken in 1 proefveldcomplex met in totaal 20 opnamen (Oosterbaan, 1994);
4. HOSP 1984-1999, in beheer bij Probos. Dit zijn ca. 3000 permanente steekproefpunten uit de 4e bosstatistiek. Hieruit zijn 24 monocultures met es geselecteerd met in totaal 80 opnamen.

In totaal gaat het om 111 opnamen in 32 proefperken.

Daarnaast zijn er 9 plots met 39 opnamen uit het Mixed Species onderzoek met de menging es met esdoorn geselecteerd dat betreffende de HOSP plots H0518, H0530, H0544 en H3051 en van de Nelder plots Neld04, Neld05, Neld09, Neld10 en Neld11.

De proefvelden van studie 1 en 2 betreffen proefvakken met een vaste oppervlakte. Soms wordt die oppervlakte kleiner door stormschade. De gegevens zijn daarna opnieuw berekend over de kleinste oppervlakte. In studie 4 gaat het om vaste steekproefpunten met een variërende straal zodanig dat er minimaal 25 bomen in de steekproef liggen. Door kap of ingroei kan deze wijzigen. Alleen dat deel wat in alle opnamen aanwezig was is bij het onderzoek betrokken.

Voor het bepalen van de dunninggraad is het S-procent van Hart (1928) (ook bekend als de Hart-Becking Spacing Index) van alle perken en opnamen berekend met formule (1):

$$S\% = \frac{a_{at}}{h_{top}} \cdot 100 = \frac{100}{h_{top}} \cdot \sqrt{\frac{10000}{N_{at}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}} \approx \frac{10745.7}{h_{top} \cdot \sqrt{N_{at}}} \quad (1)$$

In deze definitie is de gemiddelde boomaafstand na dunning (a_{at}) bepaald met een regelmatig driehoekverband. Het symbool h_{top} staat voor de opperhoogte.

Van alle proefperken zijn basisgegevens als oppervlakte, kiemjaar en ligging bekend.

De afzonderlijke metingen en berekeningen aan de bomen in de proefperken vormen de basisgegevens. Deze zijn daarna geaggregeerd tot kenmerken per ha per proefperk van voor, na, en van de dunning. De boomgegevens spelen in deze studie alleen een rol om de opstandkenmerken te genereren.

Per proefperk en opname zijn de gegevens beschikbaar, zoals vermeld in Tabel 1. Maar voor de gemengde bossen betreft dit van de meetgegevens alleen de opperhoogte.

Voor een volledige beschrijving van gemeten en berekende gegevens zie de file “Read me - FEM growth and yield data Monocultures – ash.pdf” in de database [FEM growth and yield data Monocultures – ash](#) (Goudzwaard *et al.*, 2016). Voor de plots in de gemengde bossen zie de database [FEM growth and yield data Mixed species forest](#) (Bartelink *et al.*, 2016).

Plotnummer 31 Swalmen 2 is uitgesloten van alle analyses, omdat daar door een mutatie (kap of schade) de hoogte met 8 m daalt. De gemengde plots worden alleen in Hoofdstuk 3 gebruikt.

Tabel 1. Basisgegevens per plot en opname.

Table 1. Base information per plot and recording

Naam	Symbol	Betekenis
plotnr		Plotnummer
study		Studienummer
region		Regio
area		Plotoppervlakte in ha
yog		Kiemjaar
N0	N_0	Beginstamtal
sperc	$S\%$	gemiddelde Hart–Becking Spacing Index in plot
sperc0	$S_0\%$	Actuele Hart–Becking Spacing Index in de opname
nrec		Aantal opnamen
rec		Opname nummer
DOR		Datum van de opname
age	t	Leeftijd in jr
htop	h_{top}	Opperhoogte in m
hdom	h_{dom}	Dominante hoogte in m
ddom	d_{dom}	Diameter van de dominante hoogte boom in cm
N_bt	N_{bt}	Stamtal per ha voor dunning
G_bt	G_{bt}	Grondvlak voor dunning in m ² /ha
h_bt	h_{bt}	Hoogte van de grondvlak-middenstam in m voor dunning
dg_bt	d_{bt}	Diameter van de grondvlak-middenstam in cm voor dunning
V_bt	V_{bt}	Volume voor dunning in m ³ /ha
N_th	N_{th}	Stamtal per ha van de dunning
G_th	G_{th}	Grondvlak van de dunning in m ² /ha
h_th	h_{th}	Hoogte van de grondvlak-middenstam in m van de dunning
dg_th	d_{th}	Diameter van de grondvlak-middenstam in cm van de dunning
V_th	V_{th}	Volume van de dunning in m ³ /ha
N_at	N_{at}	Stamtal per ha na dunning
G_at	G_{at}	Grondvlak na dunning in m ² /ha
h_at	h_{at}	Hoogte van de grondvlak-middenstam in m na dunning
dg_at	d_{at}	Diameter van de grondvlak-middenstam in cm na dunning
V_at	V_{at}	Volume na dunning in m ³ /ha

3. Hoogteontwikkeling

Na uitsluiting van proefperk 31 blijven er 40 proefperken met 147 opnamen over voor analyse (zie Figuur 1a). Daarnaast is er beschikking over de hoogtegegevens van 1287 opstanden uit de 4^e Bosstatistiek (zie Figuur 1b).

Figuur 1. Hoogteontwikkeling in de proefperken in Nederland (a) en hoogte en leeftijd bij waarnemingen in 4^e Bosstatistiek (b).

Figure 1. Development of tree height in plots in the Netherlands (a) and height and age at data from Fourth Dutch Forest Inventory (b).

Volgens Dobrowolska *et al.* (2005) vertoont de es tot een jaar of 20 een zeer snelle hoogte-groei, maar gelet op Figuur 1a en Figuur 1b lijkt die snelle groei nog wel door te zetten tot 30 à 40 jaar. De twee oude opstanden uit Figuur 1a betreffen gemengd bos.

3.1. Modellen voor hoogtegroei

In de opbrengsttabellen tot ongeveer 1970 is de hoogteontwikkeling meestal handmatig gefit. Vanaf 1970 worden over het algemeen niet-lineaire groeifuncties gebruikt om de hoogteontwikkeling te fitten. In de huidige Nederlandse opbrengsttabel voor de es (Jansen *et al.*, 1996) is het Chapman-Richards model gebruikt:

$$h_{top} = S \cdot (1 - e^{-a \cdot t})^b \quad (2)$$

In Formule (2) is S de zogenaamde “site index” de proefperkspecifieke constante en de asymptoot in het model. Deze S kan gezien worden als de afplattingshoogte en het is tevens een maat voor de boniteit, in dit geval een absolute hoogteboniteit. Daarnaast wordt ook de hoogte bij een vaste leeftijd als maat voor de boniteit gebruikt. Voor de es zal de h_{50} worden gebruikt

De te onderzoeken modellen zijn Chapman-Richards, Burkhardt-Tennent, Jansen-Hildebrand, Jansen *et al.* (2016) en Cieszewski, zie Paragraaf 3.2 voor formules en referenties.

3.2 Analyse

De volgende vier modellen zijn onderzocht.

1. Het homomorfe model van Chapman-Richards (zie Pienaar & Turnbull, 1973):

$$h_{top} = S \cdot (1 - e^{-a \cdot t})^b \quad (3)$$

2. Burkhardt & Tennent (1977) paste het Chapman-Richard model aan door de parameter a als functie van S uit te drukken waardoor een heteromorf model ontstaat:

$$h_{top} = S \cdot (1 - e^{-(a_0 + a_1 \cdot S) \cdot t})^b \quad (4)$$

3. Jansen & Hildebrand (1986) pasten de werkwijze van Burkhardt & Tennent toe op de b -parameter, hierdoor ontstaat eveneens een heteromorf model:

$$h_{top} = S \cdot (1 - e^{-a \cdot t})^{(b_0 - b_1 \cdot S)} \quad (5)$$

Jansen *et al.* (2016) pasten model (5) aan door een jeugdgroei-component toe te voegen. Maar omdat data betreffende de jeugdgroei nagenoeg ontbreken (zie Figuur 1) is dit model niet onderzocht.

4. Het Cieszewski model (2001) gebruikt een referentieleeftijd, voor $t = 50$ jaar luidt het:

$$h_{top} = h_{50} \cdot \frac{t^a \cdot (50^a \cdot R + b)}{50^a \cdot (t^a \cdot R + b)}, \text{ where } R = Z + \sqrt{Z^2 + \frac{2 \cdot b \cdot h_{50}}{50^a}} \text{ and } Z = h_{50} - c \quad (6)$$

Dit heteromorfe model heeft wel een asymptoot, maar de oplossing moet gevonden worden met formule (6).

Er zijn twee problemen met de data zoals te zien is in Figuur 1:

1. Het ontbreken van lange meetseries;
2. Er zijn twee plots waar sprake is van een afplattingshoogte, maar geen data die de weg erheen beschrijven.

Beide problemen zijn opgelost door vier kunstmatige plots toe te voegen gebaseerd op voortschrijdende gemiddelden met de data uit de 4^e Bosstatistiek (CBS, 1985), zoals Jansen *et al.* (2018b) voor de beuk deden. In Figuur 1b is te zien dat deze tussen 5 en 80 jaar op veel data berust. Daarom zijn chronoseries gemaakt bij de leeftijden 5, 10, 15, etc. tot 80 jaar.

Daarna is met een Multi Criteria Analyse op de wijze zoals Jansen *et al.* (2018a) voor de Japanse lariks deden een model geselecteerd. Het model van Cieszewski (2001) voldeed het best.

3.3 Uiteindelijke model

In formule (7) en alle volgende vergelijkingen die een onderdeel van het opbrengstmodel vormen worden de parameters genummerd als c_1 , c_2 enzovoorts. Voor de referentieleeftijd is 50 jaar gekozen. Het model van Cieszewski luidt:

$$h_{top} = h_{50} \cdot \frac{t^{c_1} \cdot (50^{c_1} \cdot R + c_2)}{50^{c_1} \cdot (t^{c_1} \cdot R + c_2)}, \text{ where } R = Z + \sqrt{Z^2 + \frac{2 \cdot c_2 \cdot h_{50}}{50^{c_1}}} \text{ and } Z = h_{50} - c_3 \quad (7)$$

Met de uitgebreide dataset met 211 “waarnemingen” werd de parameterschatting van Tabel 2 gevonden, de R^2 adj bleek 0.976. Vanwege de hoge correlatiecoëfficiënt tussen c_2 en c_3 (-0.951) zijn beide parameters significant.

Tabel 2. Parameterschatting van model (7).

Table 2. Parameters estimations for Model (7).

Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
c_1	1.3974	0.074	1.251	1.544
c_2	725.5628	497.155	-255.788	1706.914
c_3	30.9320	3.291	24.435	37.429

In figuur 2 is de met Formule (7) voorspelde opperhoogte uitgezet tegen de gemeten opperhoogte voor alle proefperken. De gearceerde rode lijn betreft lineaire fit, te zien is dat hoge waarden van de opperhoogte iets worden onderschat en lage waarden iets overschat.

Figuur 2. Voorspelde opperhoogte met Formule (7) in relatie met gemeten opperhoogte op tijdstip van de waarneming. De rode lijn geeft de lineaire fit weer, de zwarte lijn geeft de perfecte fit met een hoek van 45° weer.

Figure 2. Predicted top height with model (7) in relation with observed top height. The red line represents the linear fit, the black line the perfect fit with an angle of 45°.

3.3.1 Analyse van de residuen

Met de originele dataset van 147 waarnemingen de residuen van de NLR met Formule (7) zijn uitgezet tegen de systeemvariabele leeftijd en de afgeleide systeemvariabele h_{50} in Figuur 3.

Figuur 3. Gestandaardiseerde residuen in relatie tot leeftijd (a) en h_{50} (b), de rode lijn geeft de lineaire fit weer.

Figure 3. Standardized residuals in relation to top height (a) and h_{70} (b), the red line is the linear fit.

In Figuur 3 is te zien dat er lichte onzuiverheid is ten opzichte van de leeftijd, deze is echter niet significant en er is één uitbijters aanwezig.

3.3.2 Boniteitindeling

Met de gegevens van de 4^e bosstatistiek (CBS, 1985) is van 1287 monocultures met es de h_{50} bepaald volgens de methode van Jansen *et al.* (2016). Dit leidt tot de verdeling over de h_{50} zoals weergegeven in Figuur 4.

Figuur 4. Frequentiehistogram van h_{50} in 4e bosstatistiek.

Figure 4. Frequency histogram of h_{50} per forest region in the Fourth Dutch Forest Inventory.

Het frequentiehistogram van Figuur 4 heeft links een dikke staart. Er is gekozen om het deel tussen 14.2 en 30.2 m in 5 boniteiten in te delen. Zie Tabel 3 voor het resultaat. Met deze indeling heeft 1.0 % van alle opstanden van de es een betere boniteit dan de I^e en 1.9 % heeft een slechtere boniteit dan de V^e.

Tabel 3. Indeling in boniteiten gebaseerd op de h_{50} .

Table 3. Classification in site classes based on the h_{50} .

Boniteit site class	h_{50} h_{50}	Bereik h_{50} range h_{50}	% in dataset % in data set	% in 4 ^e Bosstatistiek % in 4 th Dutch forest inventory
< I		> 30.2		1.0
I	28.6	(27.0 – 30.2)	22.4	5.8
II	25.4	(23.8 – 27.0)	43.5	22.1
III	22.2	(20.6 – 23.8)	21.8	42.3
IV	19.0	(17.4 – 20.6)	9.5	20.0
V	15.8	(14.2 – 17.4)	2.7	6.9
> V		< 14.2		1.9

De beste boniteiten blijken oververtegenwoordigd in de dataset.

In Tabel 4 is te zien dat de verdeling van de opstanden in de leeftijdsklassen redelijk homogeen is.

Tabel 4. Aantal opstanden per leeftijdsklassen en boniteit in 4^e Bosstatistiek.

Table 4. Age classes per site class in Fourth National Forest Inventory (number of stands).

leeftijdsklasse	≤ I	II	III	IV	≥ V	totaal
≤ 10	36	52	113	42	8	251
10 - 20	25	108	129	72	25	359
20 - 30	14	50	113	54	30	261
30 - 40	9	22	110	58	24	223
40 - 50	2	15	38	16	12	83
50 - 60		19	25	6	8	58
60 - 70		9	11	4	4	28
70 - 80		4	1	2	2	9
80 - 90	1	4	2	4		11
≥ 90	1	1	2			4
Totaal	88	284	544	258	113	1287

In Figuur 5 is de hoogteontwikkeling per boniteit samen met die van de proefperken en met die van de gegevens van de 4^e Bosstatistiek weergegeven.

Figuur 5. Boniteitcurven voor de es in Nederland met de hoogteontwikkeling van de proefperken(a) en met de waarnemingen van de 4^e Bosstatistiek (b).

Figure 5. Top height development with site curves for ash at experimental plots (a) and at data Fourth National Forest inventory (b).

3.4 Conclusie

De hoogtegroe van de es is onderzocht en het model van Cieszewski is gekozen. Hiermee is een indeling in 5 boniteiten gemaakt. Ongeveer 1 % van de essenbossen in Nederland heeft een betere boniteit dan de hier gepresenteerde boniteit I en bijna 2 % heeft een lagere boniteit dan boniteit V.

4. Opbrengstniveau

Naast de hoogtegroeï vindt ook diktegroeï plaats. Dit resulteert in diameterbijgroeï $i_d = (d_2 - d_1) / (t_2 - t_1)$ en grondvlakbijgroeï $i_g = (G_2 - G_1) / (t_2 - t_1)$. Hoogtegroeï en diktegroeï samen resulteren in een volumebijgroeï. In opbrengsttabellen is een belangrijk doel juist de volumebijgroeï te bepalen. Aangezien het boomvolume in de dataset een afgeleide, berekende variabele is en niet berust op een primaire waarneming, zal ook de volumebijgroeï indirect worden berekend. Diameter en het totale grondvlak zullen in de loop van de tijd toenemen, maar gelijktijdig neemt ook de hoogte toe.

Jansen et al. (2016) onderzochten voor douglas een aantal groeimodellen. Ze vonden dat tot een opperhoogte van 7 m de opstandontwikkeling het best kan worden verklaard met een voorspelling van de diameter voor dunning. Vanaf een opperhoogte 7 m werd de opstandontwikkeling beter verklaard door de grondvlakbijgroeï. In Paragraaf 4.1 zal de diameterontwikkeling en daaraan gekoppeld de grondvlakontwikkeling worden geanalyseerd en gemodelleerd. In Paragraaf 4.2 zal de grondvlakbijgroeï vanaf een hoogte van 7 m worden geanalyseerd en gemodelleerd.

4.1 Diameter- en grondvlakontwikkeling tot een hoogte van 7 m

Als maat voor de diameter is gekozen voor de “gemiddelde” diameter van de opstand voor dunning (d_{bt}). Onder “gemiddelde” wordt hier verstaan het kwadratische gemiddelde. Het gaat dus om de d_g , maar de toevoeging g (van gemiddeld grondvlak) is weggelaten.

Jansen et al. (2018c) gebruikten voor de diameterontwikkeling van Amerikaanse eik tot een hoogte van 7 m een model waarbij de opperhoogte en de gemiddelde boomafstand van belang zijn. Daartoe zijn alle opnamen geselecteerd tot 35 jaar.

Figuur 6. Verloop diameterontwikkeling als functie van opperhoogte(a) en als functie van de gemiddelde boomafstand (b) met in rood de beste fit met een powerfunctie.

Figure 6. Course of the diameter development as a function of top height (a) and as a function of the average tree distance (b). The red lines represent the best fit with a power function.

Er zijn maar drie waarnemingen met een hoogte beneden de 7 m beschikbaar. In Figuur 6a zijn de paren (d_{at}, h_{top}) uitgezet en in Figuur 6b de paren (d_{at}, a_{at}) met in beide figuren de best fittende powerfunctie.

Jansen et al. (2018c) gebruikten voor de Amerikaanse eik het volgende model:

$$d_{bt} = c_5 + c_6 \cdot h_{top}^{1.5} + c_7 \cdot a_{bt} \quad \text{where } a_{bt} = \text{the average tree distance in m} \quad (8)$$

Model (8) werd opgelost met een R^2_{adj} van 0.893, een standaard afwijking van 1.60 cm en de parameters van Tabel 5.

Voor de ontwikkeling tot een hoogte van 7 m en $N_0 = 5000$ met gebruikmaking van de powervariant van het model van Jansen *et al.* (2016) en Formule (8) om d_7 te bepalen geldt dan:

$$d_{bt} = d_7 \cdot \left(\frac{h_{top} - 1.30}{7 - 1.30} \right)^{c_4} \quad \text{for } h_{top} \leq 7 \text{ m} \quad \text{where } d_7 = c_5 + c_6 \cdot 7^{1.5} + c_7 \cdot \frac{107.457}{\sqrt{5000}} \quad (9)$$

Model (9) is bij gebrek aan voldoende waarnemingen niet oplosbaar, voor de parameter c_4 is de waarde 1 (lineaire groei gekozen). D_7 bedraagt 5.9 cm voor $N_0 = 5000$.

Tabel 5. Parameters voor Model (8) en (9).

Table 5. Parameters for Model (8) en (9).

Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
c_4	1			
c_5	1.1860	0.564	0.059	2.313
c_6	0.1387	0.008	0.122	0.156
c_7	1.3876	0.146	1.097	1.678

Bij de regressiediagnose werden geen punten van aandacht gevonden.

Conclusie

Op een indirecte wijze is model (9) opgelost, de startwaarde voor d_7 kon bepaald worden, de weg erheen blijft een gok.

4.2 Grondvlakbijgroei

Bij de analyse van de grondvlakbijgroei is als grens is een opperhoogte van 7 m aangehouden, ontwikkeling van het grondvlak tot die hoogte is in Paragraaf 4.1 al besproken. Hier wordt de groei vanaf een opperhoogte van 7 m behandeld.

De grondvlakbijgroei betreft een berekende waarneming tussen 2 opnamen, de leeftijd en opperhoogte betreffen dan het gemiddelde tussen beide opnamen.

Totaal zijn er 68 opnamen beschikbaar voor de analyse.

Figuur 7. Grondvlakbijgroei als functie van de leeftijd (a) en opperhoogte (b). De zwarte lijnen geven het verloop binnen één plot aan, de rode lijn de beste fit voor een power-functie over alle opnamen.

Figure 7. The basal area increment as a function of age (a) and top height (b). The black line represents the course within one plot, the red line represents the best fit with a power function.

Jansen *et al.* (2016) ontwikkelden voor de grondvlakbijgroei van douglas het volgende model:

$$i_{G,ijk} = YI_j \cdot PL_k \cdot f_1(S\%) \cdot f_2(h_{ref}) \cdot \left\{ \frac{F_3(h_2, t_2) - F_3(h_1, t_1)}{\Delta t} \right\} \quad (10)$$

where YI = year index and PL = plot level

Voor de douglas bleek f_2 geen significante bijdrage te leveren.

Hierin is F_3 een power-functie. In de Figuren 7a en 7b zijn de afgeleiden van F_3 naar t en h_{top} , in beide gevallen dus weer een powerfunctie, getekend. Op grond daarvan mag geconstateerd worden dat een powermodel zoals Jansen *et al.* (2016) gebruiken geschikt is om de grondvlakbijgroei te verklaren. Het uitgewerkte model zonder jaarindex YI of de correctiefactoren cf_{80} voor de periode voor en na 1980 en zonder plotniveau luidt:

$$i_G = cor_{S\%} \cdot \sqrt{h_{50}} \cdot c_8 \cdot \{c_{12} \cdot Term_h / dt + (1 - c_{12}) \cdot Term_t / dt\}$$

where $Term_h = (h_{2c} - 1.30)^{c_{11}} - (h_1 - 1.30)^{c_{11}}$ and $Term_t = (t_2 - t_{130})^{c_{11}} - (t_1 - t_{130})^{c_{11}}$

$t_1 = t_{i,j}$ and $t_2 = t_{i,j+1}$ for the j^{th} record in the i^{th} plot

$$h_{2c} = \begin{cases} h_2 & \text{for } h_2 > h_1 \\ h_1 + \hat{h}_2 - \hat{h}_1 & \text{for } h_2 \leq h_1 \end{cases} \quad (11)$$

h_1 and h_2 are the top heights at time t_1 and t_2

$$cor_{S\%} = \begin{cases} 1 & \text{for } S\%_0 \leq c_{10} \\ 1 - c_9 \cdot \sqrt{S\%_0 - c_{10}} & \text{for } S\%_0 > c_{10} \end{cases}$$

$S\%_0$ = Hart-Becking spacing index after thinning at time t_1

Met $R^2_{adj} = 0.579$ en standaarddeviatie $0.42 \text{ m}^2\text{jr}^{-1}\text{ha}^{-1}$ werden de parameters van Tabel 6 gevonden. Voor de douglas bleek de toevoeging van de leeftijd geen extra verklaring te geven, voor de es is die wel van belang en is de bijdrage van de hoogteterm niet significant en f_2 speelt in tegenstelling tot bij de douglas juist wel een rol. In een daarna uitgevoerde regressiediagnose kwamen geen punten van nader onderzoek aan de orde.

Tabel 6. Parameterschatting met Model (11).

Table 6. Parameter estimation with Model (11).

Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
c_8	3.5061	1.675	0.166	6.847
c_9	0.0998	0.018	0.065	0.135
c_{10}	16.7302	1.296	14.145	19.315
c_{11}	0.4671	0.091	0.286	0.648
c_{12}	0			

5. Dunningsysteem

In de dunningproeven van studie 1 en 2 zijn verschillende vaste dunninggraden nagestreefd (zie Tabel 7).

Tabel 7. Dunninggraden

Table 7. Thinning grades

Tgr_0	S% bij 50 jr	Omschrijving
1	13	zonder dunning
2	16	zwakke laagdunning
3	19	matige laagdunning
4	22	sterke laagdunning
5	25	zeer sterke laagdunning
6	28	open stand

Er is reden om aan te nemen dat de dunninggraad, zoals hier gedefinieerd via het S %, op latere leeftijd moet stijgen omdat de vorm wijzigt zodra topsterfte optreedt.

Het model luidt dan:

$$S\% = \begin{cases} 13 + 3 \cdot (Tgr_0 - 1) & age \leq 50 \\ 13 + 3 \cdot (Tgr_0 - 1) + c_{13} \cdot (age - 50) & age > 50 \end{cases} \quad (12)$$

Vanaf de eerste dunning of sterfte tot een leeftijd van 50 jaar komt het S %, behorend bij de in te stellen dunninggraad Tgr_0 , overeen met die uit de tweede kolom van de tabel, daarna loopt het S % langzaam op.

Een model om c_{13} te schatten luidt:

$$S\%_{ij} = \begin{cases} S\%_j & age \leq 50 \text{ and } h_{top} > 7 \\ S\%_j + c_{13} \cdot (age_{ij} - 50) & age > 50 \text{ and } h_{top} > 7 \end{cases} \quad \text{for the } i^{th} \text{ record in the } j^{th} \text{ plot} \quad (13)$$

Er waren onvoldoende waarnemingen boven de 50 jaar om c_{13} te schatten.

In drie beschikbare opbrengsttabellen is deze waarde gemiddeld 0.0466 (zie Tabel 8) en redelijke consistent. Daarnaast zijn er twee tabellen met afwijkende waarden, namelijk die van Volquardts (1958) voor Duitsland met 0.0734 en die van Møller & Nielsen (1959) voor Denemarken met 0.4679. Gekozen is $c_{13} = 0.0466$, de dunninggraden hebben dus niet langer een vast maar een variabel S %.

Tabel 8. Verloop S % in vergeleken opbrengsttabellen vanaf 50 jaar.

Table 8. Course of S% in compared yield tables from 50 year and up.

Tabel	land	S% bij 50%	$\Delta S\% / \text{jr}$
Jansen et al., 1996	Nederland	21.9	0.0479
Wimmenauer, 1919	Duitsland	16.2	0.0513
Hamilton & Christie, 1973	Verenigd Koninkrijk	33.5	0.0407

Jansen *et al.* (2016) voorspellen de diameter na dunning met een modificatie van het model van La Bastide & Faber (1972):

$$d_{at} = d_{bt} \cdot \left\{ R \cdot \frac{a_{at}}{a_{bt}} + 1 - R \right\} \quad (14)$$

where $R = c_{14} + c_{15} \cdot h_{50} + c_{16} \cdot \sqrt{Tgr} + c_{17} \cdot t$

Met een R^2_{adj} van 0.992 werden de parameters van Tabel 9 gevonden.

Tabel 9. Parameterschatting met Model (14).

Table 9. Parameter estimation with Model (14).

Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
c_{14}	0.7002	0.349	-0.009	1.409
c_{15}	-0.0157	0.014	-0.044	0.013
c_{16}	-0.0565	0.018	-0.093	-0.020
c_{17}	0			

De leeftijd bleek niet significant.

Bij de analyse zijn alle opnamen uitgesloten waarbij er minder dan 4 bomen uit het proefperk waren verdwenen, omdat dit meestal geen dunning maar sterfte betreft. Ook opnamen waarbij de diameter voor dunning hoger was dan die na dunning zijn uitgesloten, omdat dit geen normale laagdunning betreft. Door die selectie zijn er 38 waarnemingen beschikbaar.

Bij het maken van de opbrengsttabellen zal extrapolatie naar gebieden die niet gedekt zijn door data noodzakelijk zijn. Daarom is ook het originele model van La Bastide & Faber gefit:

$$d_{at} = d_{bt} \cdot \left\{ c_{18} \cdot \frac{a_{at}}{a_{bt}} + 1 - c_{18} \right\} \quad (15)$$

Met een R^2_{adj} van 0.991 werd voor de parameter gevonden $c_{18} = 0.1847$ in een 95% betrouwbaarheidsinterval {0.141;0.229}. Achteraf bleek het niet nodig model (15) te gebruiken.

6. Constructie Opbrengsttabellen

Met de in deze studie gevonden relaties zullen nu nieuwe opbrengsttabellen worden gemaakt met verschillende dunninggraden.

Al eerder is besloten een indeling in relatieve boniteiten te maken, met daaraan gekoppeld de “hoogte” op 70 jaar. Er is gekozen voor de volgende presentatie van gegevens op dezelfde wijze als voor de douglas door Jansen *et al.* (2016). Er zijn echter geen data beschikbaar om de dominante hoogte en dominante diameter te bepalen, dus deze gegevens komen niet meer voor in deze opbrengsttabellen.

Voor een groot aantal van deze gegevens kunnen de gevonden relaties in de voorafgaande hoofdstukken worden gebruikt. Maar er zullen nog wat allometrische relaties gefit moeten worden, voor variabelen die tot nu toe nog niet voorkwamen.

6.1 Overige allometrische relaties

Gemiddelde opstandhoogte

Jansen *et al.* (2016) vonden voor de gemiddelde hoogte (h_g) na dunning een powerfunctie gevonden met in de loop van de ontwikkeling wijzigende parameters:

$$h_{at} = \begin{cases} h_{at(2)} & \text{for } h_{top} \leq 1.30 \text{ m} \\ h_{at(2)} & \text{for } h_{at(1)} \leq h_{at(2)} \\ h_{at(1)} & \text{else} \end{cases}$$
$$\text{where } h_{at(1)} = (c_{19} + c_{20} \cdot \text{age}) \cdot h_{top}^{(c_{21} - c_{22} \cdot h_{top})} \quad (16)$$
$$h_{at(2)} = c_{23} \cdot h_{top} \quad \text{and } c_{23} = 0.8 \text{ (a set value)}$$

Met een R^2 adj van 0.845 werden de volgende parameters gevonden: $c_{19} = 0.5916$, $c_{20} = 0.0001627$, $c_{21} = 1.1550$ en $c_{22} = 0.001007$. De begrenzing met de c_{23} parameter is achteraf ingesteld omdat de basisformule voor lage leeftijden onrealistische waarden opleverde.

Voor de hoogte voor dunning volgde:

$$h_{bt} = c_{24} \cdot h_{at} \quad \text{with } R^2\text{adj} = 0.993 \text{ and } c_{24} = 0.9872 \quad (17)$$

Opstandvolume

In de data zijn de boomvolumes bepaald met de Formule (18), zie Schoonderwoerd *et al.* (1991). Ze gebruikten het Schumacher-Hall-model (1933):

$$v = d^{c_{25}} \cdot h^{c_{26}} \cdot e^{c_{27}} \quad \text{met } d \text{ in cm, } h \text{ in m en } v \text{ in dm}^3 \quad (18)$$

Voor es geldt: $c_{25} = 1.77681$, $c_{26} = 1.14282$ en $c_{27} = -3.07536$.

Formule (18) is niet geschikt om het opstandvolume te bepalen. In het verleden werd gebruik gemaakt van de gemodificeerde opstandvolumefunctie van Heisterkamp (1981), de functie luidt:

$$V = c_{28} \cdot G^{c_{29}} \cdot h_{top}^{(c_{30} + c_{31} \cdot t_0)} \text{ with } G \text{ in m}^2/\text{ha}, h_{top} \text{ in m and } V \text{ in m}^3/\text{ha} \quad (19)$$

where $t_0 = t - t_{1.30}$

Met een R^2 adj van 0.993 werden de volgende parameters gevonden: $c_{28} = 1.0402$, $c_{29} = 0.9487$, $c_{30} = 0.7452$ en $c_{31} = -0.0002945$.

De formule van Heisterkamp is ontwikkeld voor opbrengsttabellen die een startwaarde hadden voor de opperhoogte, voor es was die 7 m. Daar beneden moet met de Formule (18) worden gewerkt.

Beginstamtal

Als beginstamtal is gekozen voor 5000 (= c_{32}) en 3000 bij een open stand.

Grenswaarde

De steeds terugkerende grenswaarde voor de opperhoogte van 7 m is de parameter c_{33} in de modellen. En geeft daarbij de boven grens aan voor de jeugdgroei.

6.2 Opbrengsttabellen

Allereerst is gekozen welke tabellen gepubliceerd zullen worden. Er is gekozen voor een opbrengsttabel voor Nederland met één dunninggraad en vijf boniteiten.

In Tabel 4 is de verdeling over boniteiten en leeftijdsklassen gegeven voor het aantal opstanden in de 4^e Bosstatistiek met een leeftijd vanaf 12 jaar in Nederland. Dit geeft de behoefte aan tabellen weer, terwijl Tabel 10 een indicatie van de mogelijkheden geeft.

Tabel 10. Leeftijdinterval in dataset per dunninggraad en boniteit.

Table 10. Age interval in the data set by thinning grade and site class.

Dunninggraad	leeftijdinterval per boniteit				
	I	II	III	IV	V
zonder dunning	2-50	15-39	4-113		
zwakke laagdunning		15-33	34-46	18-50	
matige laagdunning	7-49	8-51	23-34	28-67	
sterke laagdunning		13-49			149-163
zeer sterke laagdunning					
open stand	48-62	13-39		31-43	

Extrapolatie buiten het waarnemingsmateriaal moet in principe beperkt worden maar is onvermijdelijk (zie Tabel 10). De maximale leeftijd is op 90 jaar gesteld.

Als dunninggraad is voor es gekozen voor een matige laagdunning.

Jansen *et al.* (2016) geven voor de douglas hoe deze geconstrueerd wordt. Deze werkwijze is gevolgd, uiteraard met aanpassing voor afwijkende onderdelen.

In Tabel 11 is een lijst met de geschatte parameters opgenomen.

Tabel 11. Lijst met alle parameters.

Table 11. List with all parameters.

Parameter	Formula number	Value
C_1	(7)	1.3974399
C_2	(7)	725.5627917
C_3	(7)	30.9320281
C_4	(9)	1
C_5	(9)	1.1860215
C_6	(9)	0.1386738
C_7	(9)	1.3875823
C_8	(11)	3.5061066
C_9	(11)	0.0998455
C_{10}	(11)	16.7301890
C_{11}	(11)	0.4671401
C_{12}	(11)	0
C_{13}	(12)	0.0466489
C_{14}	(14)	0.7001571
C_{15}	(14)	-0.0156728
C_{16}	(14)	-0.0564606
C_{17}	(14)	0
C_{18}	(15)	0.1846652
C_{19}	(16)	0.5915776
C_{20}	(16)	0.0001627
C_{21}	(16)	1.1550175
C_{22}	(16)	0.0010071
C_{23}	(16)	0.8000000
C_{24}	(17)	0.9872113
C_{25}	(18)	1.7768100
C_{26}	(18)	1.1428200
C_{27}	(18)	-3.0753600
C_{28}	(19)	1.0401642
C_{29}	(19)	0.9486957
C_{30}	(19)	0.7452491
C_{31}	(19)	0.0002945
C_{32}	N_0	5000
C_{33}		7

In Paragraaf 6.3 worden enkele eigenschappen van de uiteindelijk tabellen vergeleken met andere opbrengsttabellen. In Bijlage 1 zijn de geproduceerde opbrengsttabellen weergegeven.

6.3 Vergelijking met andere opbrengsttabellen

Hierna zijn enkele andere opbrengsttabellen voor de es in Europa vergeleken met het hier gevonden resultaat, dat betreffen de tabel voor Denemarken van Møller & Nielsen (1959), de tabel van Wimmenauer (1919) voor Duitsland, die van Volquardts (1958) voor Duitsland en die van Hamilton & Christie (1971) voor UK. De vigerende tabel voor Nederland betreft

een bewerking van de tabel van Volquardts en wordt daarom niet vergeleken. Claessens *et al.* (1999) geven voor België geen volledige opbrengsttabellen, maar wel boniteringscurven.

6.3.1 Hoogteontwikkeling

Claessens *et al.* (1999) geven voor Wallonië vier boniteringscurven met een $h_{50} = 29, 26, 23$ en 20 m, deze komen zeer goed overeen met respectievelijk de boniteiten I, II, II.5, en III van de nieuwe tabellen voor Nederland. De uiteinden van de curven in de nieuwe tabel van Nederland vlakken echter vanaf 40 jaar voor de betere boniteiten af (zie Figuur 8). Maar Claessens *et al.* hebben net als wij geen meetseries in dit traject, de verschillen zijn dus model-based.

Figuur 8. Hoogteontwikkeling bij Claessens *et al.* en het nieuwe model voor Nederland.

Figure 8. Height development at Claessens's *et al.* site curves and the new model for Netherlands.

Møller & Nielsen (1959) onderscheiden 4 boniteiten, waarvan de hoogten op de aanvangstijdstippen tussen 15 en 24 jaar ongeveer gelijk zijn aan die van de nieuwe tabel voor Nederland liggen, maar daarna is er weinig overeenkomst (zie Figuur 9).

Figuur 9. Hoogteontwikkeling bij Møller & Nielsen en het nieuwe model voor Nederland.

Figure 9. Height development at Møller & Nielsen's et al. site curves and the new model for Netherlands.

Wimmenauer (1919) onderscheidt 2 boniteiten. De beginwaarden liggen lager, daarna is hoogteontwikkeling veel steiler dan in de nieuwe tabel voor Nederland, (zie Figuur 10).

Figuur 10. Hoogteontwikkeling bij Wimmenauer en het nieuwe model voor Nederland.

Figure 10. Height development at Wimmenauer's et al. site curves and the new model for Netherlands.

De hoogtecurven bij Volquardts (1958) komen redelijk overeen met die van de nieuwe tabel voor Nederland (zie Figuur 11). Zijn eerste boniteit met onze tweede en zijn tweede met onze derde boniteit.

Figuur 11. Hoogteontwikkeling bij Volquardts en het nieuwe model voor Nederland.

Figure 11. Height development at Volquardts' site curves and the new model for Netherlands.

De hoogteontwikkeling bij Hamilton & Christie (1971) vertoont weinig overeenkomst met dat van de nieuwe tabel voor Nederland (zie Figuur 12). Deze tabel is gemaakt voor zowel es, esdoorn als berk.

Figuur 12. Hoogteontwikkeling bij Hamilton & Christie en het nieuwe model voor Nederland.

Figure 12. Height development at Hamilton & Christie's yield table and the new model for Netherlands.

De hoogtecurven van Claessens *et al.* (1999) en die van Volquardts (1958) vertonen grote overeenkomst met die van de nieuwe tabel voor Nederland. Maar er is nauwelijks overeenkomst met de hoogtecurven van Møller & Nielsen (1959), van Wimmenauer (1919) en die van Hamilton & Christie (1971), die verschillen ook onderling zeer sterk.

6.3.2 Productieniveau

Het productieniveau wordt bij voorkeur gemeten op basis van de gemiddelde volumebijgroei bij zekere leeftijd. Hier is echter naar de totale grondvlakproductie gekeken.

In Figuur 13 is de totale grondvlakproductie per opbrengsttabel uitgezet tegen de opperhoogte voor alle boniteiten. De meeste opbrengsttabellen hebben als startpunt een hoogte tussen 8 tot 13 m, en de nieuwe tabel vanaf 1.3 m.

Figuur 13. De totale grondvlakproductie G_{tot} in relatie tot de opperhoogte bij de nieuwe tabel voor Nederland (in groen) in vergelijking met andere opbrengsttabellen (in rood) voor Møller & Nielsen (a), Wimmenauer (b), Volquardts (c) en Hamilton & Christie (d).

Figure 13. Total basal area production G_{tot} and top height for the new yield table (in green) in comparison with other yield tables (in red) by Møller & Nielsen (a), Wimmenauer (b), Volquardts (c) and Hamilton & Christie (d)

De hellinghoeken bij Møller & Nielsen en vanaf een hoogte van 20 m bij Hamilton & Christie komen redelijk overeen met die van de nieuwe tabel. Beide andere tabellen wijken erg af. Alleen bij Volquardts is het aanvang-niveau ook gelijk.

7. Discussie en conclusies

7.1 Hoogtegroei

De hoogteontwikkeling van de opstand is een resultante van hoogtegroei en topsterfte. Een biologisch relevant groeimodel moet een buigpunt en een asymptoot hebben. Gezien de data in Figuur 1a was het ook onmogelijk daarover kwantitatieve gegevens af te leiden uit de data, dat gold ook voor de leeftijd op borsthoogte. Bij de vergelijking van Figuur 1a en Figuur 1b blijken er weinig proefperken met een lage boniteit te zijn. Een ander probleem hierbij was het gebrek aan langlopende meetseries, in slechts 2 van de 40 proefperken werd meer dan 4 maal gemeten en dit betroffen beide minuscuul kleine gemengd es-esdoorn Nelder plots met snel groeiende klonen, hierin agen ook nagenoeg alle waarnemingen met een opperhoogte lager dan 7 m. Daarom is gebruik gemaakt van die data van de 4^e Bosstatistiek (CBS, 1985) door daar met behulp van gewogen gemiddelden 4 groepen in te onderscheiden. De geschatte hoogten in die 4 groepen op veelvouden van 5 jaar als kunstmatige plots toegevoegd aan de permanente plots en daarna is het model met de grootste R^2 adj gekozen, dat bleek het model van Cieszewski (2001):

$$h_{top} = h_{50} \cdot \frac{t^{c_1} \cdot (50^{c_1} \cdot R + c_2)}{50^{c_1} \cdot (t^{c_1} \cdot R + c_2)}, \text{ where } R = Z + \sqrt{Z^2 + \frac{2 \cdot c_2 \cdot h_{50}}{50^{c_1}}} \text{ and } Z = h_{50} - c_3 \quad (20)$$

Voor boniteren geldt dan:

$$\rightarrow h_{50} = h_{top} \cdot \frac{50^{c_1} \cdot (t^{c_1} \cdot R + c_2)}{t^{c_1} \cdot (50^{c_1} \cdot R + c_2)} \text{ and } S = h_{50} \cdot \frac{50^{c_1} \cdot R + c_2}{50^{c_1} \cdot R + c} \quad (21)$$

De asymptoot, hier de site index S genoemd, is een maat voor de geschiktheid van de standplaats (boniteit) voor de grove den, in de praktijk wordt echter h_{50} als maat voor de boniteit gebruikt. Boniteren is met dit model lastig, want vereenvoudigd staat in Formule (21)

$h_{50} = f(h_{top}, t, h_{50})$, je moet dus met een startwaarde voor h_{50} werken en iteratief naar een oplossing werken.

De R^2 adj bleek 0.976 en niet alle parameters waren significant.

De overeenkomst met vijf andere opbrengsttabellen in West-Europa is in drie gevallen slecht, een maal redelijk en een maal goed.

7.2 Diameter en grondvlak

In Paragraaf 4.2 is het model voor de lopende bijgroei van het grondvlak ontwikkeld. Dit model start na het bereiken van een opperhoogte van 7 m. In Paragraaf 7.2.2 wordt hierop ingegaan. Om een startwaarde voor de diameter voor dunning en het grondvlak per ha voor dunning te hebben op het tijdstip t_7 is in Paragraaf 4.1 een model ontwikkeld voor de diameterontwikkeling. In Paragraaf 7.2.1 wordt dit besproken.

7.2.1 Diameterontwikkeling

In Paragraaf 4.1 is het model Jansen *et al.* (2018c) voor de diameterontwikkeling gebruikt, in vereenvoudigde vorm luidt dit:

$$\begin{aligned} d_{bt} &= f_2(h_{top}, d_7) \text{ for } h_{top} \leq 7 \\ \text{where } d_7 &= f_1(h_{top}, a_{bt}) \text{ (the diameter at a height of 7 m)} \\ a_{bt} &= \text{trees distance before thinning} \end{aligned} \quad (22)$$

In alle vergeleken opbrengsttabellen is dit traject niet beschreven en starten de tabellen bij een dunning in de buurt van een hoogte van 10 tot 20 m. In Figuur 12 is te zien dat die beginwaarden voor G_{bt} bij de tabellen van Volquardts (1958) voor Duitsland goed overeenkomen met de berekende waarde via $G_{7_bt} = N_0 \cdot \pi \cdot (d_7/200)^2$ en d_7 uit Formule (22). De overige tabellen starten met een lager productieniveau (of verwaarlozen de productie van voor dat moment).

7.2.2 Grondvlakbijgroei

In Paragraaf 4.2 werd Formule (11) voor de grondvlakbijgroei gevonden, in vereenvoudigde vorm luidt dit:

$$\begin{aligned} i_{G,ijk} &= f_1(S\%) \cdot \left\{ \frac{F_3(h_2, t_2) - F_3(h_1, t_1)}{t_2 - t_1} \right\} \\ \text{for the } j^{\text{th}} \text{ plot at age } i = t_m &= (t_1 + t_2)/2 \text{ in the } k^{\text{th}} \text{ year of recording} \end{aligned} \quad (23)$$

Een power-functie voor F_3 het meest geschikt. Net als bij de douglas (Jansen *et al.* 2016) stijgt de grondvlakbijgroei met toenemende boniteit, de stijging is alleen een gevolg van F_3 . Die stijging bleek vanaf een hoogte van 20 m. ongeveer gelijk aan die in de opbrengsttabellen van Hamilton & Christie (1971). De correctiefactor voor de grondvlakbijgroei f_1 is actief vanaf een S % van ongeveer 16.7.

7.3 Dunning

Om de dunning te kwantificeren is een dunninggraad gebruikt. De in Duitsland gebruikelijke indeling met een A- tot en met D-graad gebaseerd op het dunnen van bomen behorend tot een of meerdere Kraftse boomklassen is in Nederland nooit aangeslagen. Becking (1953) vindt deze methode te weinig kwantitatief en kiest voor een S % (volgens Hart, 1928) van 16 % voor een zwakke laagdunning, met 3 % erbij is dan sprake van de volgende dunninggraad, namelijk bij 19 % een matige laagdunning. In Tabel 7 is een volledig overzicht van het S % en de bijbehorende namen. In andere opbrengsttabellen is een geleidelijk toename een bepaald S % te zien vanaf ongeveer 50 jaar. Dit is logisch omdat op latere leeftijd de kroonvorm verandert, waardoor bij gelijkblijvende standruimte een hogere S % nodig is. De mate van deze verandering kon niet geschat worden en de gemiddelde waarde van drie vergeleken

opbrengsttabellen is in Formule (12) weergegeven. Het ratiomodel (14) van La Bastide en Faber (1972) is gebruikt in gemodificeerd vorm, waarbij de ratio afhankelijk is van de boniteit, de dunninggraad en leeftijd.

7.4 Kwaliteit van het model

In Tabel 12 is de groeiklasse per boniteit aangegeven. Deze groeiklasse is het totaal geproduceerde (en deels geoogste) gemiddelde spilhoutvolume in $\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{jr}^{-1}$ bij een leeftijd van 70 jaar.

Tabel 12. Groeiklasse per dunninggraad en boniteit.

Table 12. Yield class (mean annual volume increment at 70 yr.) per thinning grade and site class.

Yield table	Thinning grade	site class				
		I	II	III	IV	V
New table Netherlands	moderate	13.1	11.0	9.1	7.4	5.7
Møller & Nielsen, 1959	open stand	7.2	5.9	4.7	3.4	
Wimmenauer, 1919	weak	6.5	4.4			
Volquardts, 1958	heavy	7.4	5.6			
Hamilton & Christie, 1971	open stand	10.3	8.7	7.0	5.3	3.7

In Tabel 3 blijkt dat het totale bereik voor de h_{50} 14.2 tot 30.2 m bedraagt voor de boniteiten I tot V. De hoogst geschatte h_{50} bij de data van de 4^e Bosstatistiek bedroeg 31.5 m, de daarbij behorende S-waarde zou dan maximaal 38.2 m bedragen.

Volgens <https://www.monumentaltrees.com/nl/hoogterecords/nld/> (geraadpleegd 5-12-2017) staat de hoogste es (39.5 m met een leeftijd van ca 150 jaar) van Nederland in een park op Landgoed Oostbroek te De Bilt. De h_{50} van een opstand met gelijke hoogte en leeftijd zou dan 33.5 m moet zijn. In de data van het onderzoek komen dergelijke hoogtes niet en ook in de 4^e bosstatistiek is de maximale opstandhoogte beduiden lager. De kans dat er standplaatsen in Nederland zijn waar het groeimodel niet toepasbaar is lijkt daarom onwaarschijnlijk, wel zijn er standplaatsen met een betere boniteit dan de I^e. Volgens Dobrowolska *et al.* (2005) zijn er elders in Oost-Europa standplaatsen waar oude essenbossen hoogtes tot 40 m kunnen bereiken.

Samenvatting

Dit is een rapport over de groei en productie van de es (*Fraxinus excelsior*) in Nederland. Er is onderzocht hoe de ontwikkeling van de hoogte, diameter en het grondvlak in de tijd is geweest en hoe deze beïnvloed wordt door de dunning. Met de gevonden relaties en andere allometrische relaties is een opbrengsttabel opgesteld voor één dunninggraad.

De gebruikte dataset betreft de gegevens die tussen 1982 en 1998 in Nederland in groei- en productieonderzoek bij de es zijn verzameld door diverse bosbouwonderzoeksgroepen die nu alle tot de WUR behoren; dit omvat 17 proefperken. Daarnaast zijn 24 plots uit de 4^e bosstatistiek, en later de HOSP, gebruikt. In totaal betreft het 41 plots met 150 opnamen. Daarnaast zijn de hoogtegegevens van 1287 essenbossen uit de 4^e Bosstatistiek gebruikt. Per opname zijn leeftijd, opnamedatum en opperhoogte bekend en per toestand voor, na en van de dunning stamtal, grondvlak, diameter, hoogte en volume.

De hoogteontwikkeling is onderzocht met vier bekende groeimodellen en bleek het best te verklaren met het model van Cieszewski (2001), dit heteromorfe model luidt als volgt:

$$h_{top} = h_{50} \cdot \left\{ t^{c_1} \cdot (50^{c_1} \cdot R + c_2) \right\} / \left\{ 50^{c_1} \cdot (t^{c_1} \cdot R + c_2) \right\}$$
. Hierin is h_{70} een proefperkspecifieke parameter en maat voor een absolute hoogteboniteit, c_1 , c_2 en c_3 soortspecifieke parameters die de vorm van de curve bepalen, met $R = Z + \sqrt{Z^2 + 2 \cdot c_2 \cdot h_{50} / 50^{c_1}}$ en $Z = h_{50} - c_3$. De R^2 adj bleek met 0.976 normaal voor een hoogtegroeimodel.

De hoogtecurven van Claessens *et al.* (1999) en die van Volquardts (1958) vertonen grote overeenkomst met die van de nieuwe tabel voor Nederland. Maar er is nauwelijks overeenkomst met de hoogtecurven van Møller & Nielsen (1959), van Wimmenauer (1919) en die van Hamilton & Christie (1971), die verschillen ook onderling zeer sterk.

De diameterontwikkeling tot een hoogte van 7 m. werd het best verklaard met het model van Jansen *et al.* (2016) $d_{bt} = d_7 \cdot f(h_{top})$. Bij gebrek aan data is een lineaire functie is gebruikt. Voor het schatten van d_7 werd de variant van Jansen *et al.* (2018c) voor de Amerikaanse eik gebruikt: $d_{bt} = c_5 + c_6 \cdot h_{top}^{1.5} + c_7 \cdot a_{bt}$, met a_{bt} de gemiddelde boomaafstand, hier voor zijn opnamen met leeftijd tot 35 jaar gebruikt. Door het invullen van een hoogte van 7 m volgt $d_7 = f(N_0)$. De R^2 adj bleek 0.893 en $d_7 = 5.9$ cm bij $N_0 = 5000$. Voor het traject boven een hoogte van 7 m is de grondvlakbijgroei gemodelleerd met het model van Jansen *et al.* (2016): $i_G = f(h_{50}, h_{top}, t, S\%, yor)$ waarbij gebruik gemaakt is van een powermodel. Voor $S\% > 16.7$ daalt de grondvlakbijgroei niet-lineair met gemiddeld 4.0 % per dunninggraad verschil. De R^2 adj is 0.579. Het jaar van opname (yor) en h_{top} bleken niet significant, maar de boniteit h_{50} bleek wel significant. Het model is in strijd met de wet van Eichhorn.

Het effect van de dunning op de diameter na dunning (d_{at}) is gemodelleerd met een modificatie van het La Bastide-Faber model (1972).

Met de geïntegreerde modellen is een opbrengsttabel gemaakt voor een leeftijd tot 90 jaar met 5 boniteiten en een matige laagdunning. Deze zijn vergeleken met de tabellen van Møller & Nielsen (1959) voor Denemarken, van Volquardts (1958) en van Wimmenauer (1919) voor Duitsland en die van Hamilton & Christie (1971) voor UK. Bij de vergelijking bleek alleen

het productieniveau in de opbrengsttabel van Hamilton & Christie redelijk overeen te komen met de nieuwe tabel voor Nederland.

Solitaire essen blijken in Nederland hoogte tot net geen 40 meter te kunnen bereiken dat is ver buiten het bereik van de nieuwe opbrengsttabel. Maar op opstandniveau was 31.5 m het maximum. Ongeveer 1 % van alle essenbossen in Nederland heeft een betere boniteit dan de nieuwe tabel beslaat en ook bijna 2 % heeft een lagere boniteit.

Op hoofdlijnen bleek het model van Jansen *et al.* (2016) voor de douglas ook bruikbaar voor de es.

Summary

This report describes growth and yield of ash (*Fraxinus excelsior*) in Netherlands. The report describes the development of height, diameter and basal area over time, based on permanent field plots, and the effect of thinning on these characteristics. The regularities and allometric relationships found were used to construct a yield table for even-aged stands of ash.

The dataset used in this study is composed of all growth and yield related research on ash in the Netherlands, carried out between 1982 and 1998 by various forestry research groups, now all part of Wageningen University and Research (WUR), and includes 17 experimental plots. Furthermore, 24 sample plots from the 4th Dutch National Forest Inventory and from the timber yield prognosis system HOSP, were used. In total, the dataset consists of 41 plots with 150 recordings. Height recordings in 1287 ash stands from the 4th Dutch National Forest Inventory were also used.

Each plot record includes age, recording date and top height, as well as stem density, basal area, diameter, height and volume before and after thinning, and of the thinning itself.

Height development was analysed using four well-known equations, and the best fit was found for Cieszewski's model (2001); this polymorphic model is given by:

$$h_{top} = h_{50} \cdot \left\{ t^{c_1} \cdot (50^{c_1} \cdot R + c_2) \right\} / \left\{ 50^{c_1} \cdot (t^{c_1} \cdot R + c_2) \right\} \text{ where } R = Z + \sqrt{Z^2 + \frac{2 \cdot c_2 \cdot h_{50}}{50^{c_1}}} \text{ and}$$

$Z = h_{50} - c_3$. Here, h_{50} is a plot specific parameter and a measure for site index, and c_1 , c_2 and c_3 are species-specific parameters that determine the shape of the curve. With conditionally non-linear regression (CNLR) a solution was found with an R^2_{adj} of 0.976, which can be regarded as normal for a height development model.

The height development was compared with the models of Claessens *et al.* (1999) and with the yield tables by Volquardts (1958), Møller & Nielsen (1959), Wimmenauer (1919) and Hamilton & Christie (1971). There was a very good match with Claessens' *et al.* and Volquardts' height development, but little agreement with those of other authors.

The diameter development (before thinning: d_{bt}) to a height of 7 m was described by the model of Jansen *et al.* (2016): $d_{bt} = d_7 \cdot f(h_{top})$. Missing data in the desired range were replaced by a linear function f instead of a power or Gompertz function. For the diameter at a height of 7 m (d_7) the function of Jansen *et al.* (2018c) was used: $d_{bt} = c_5 + c_6 \cdot h_{top}^{1.5} + c_7 \cdot a_{bt}$, for stands with an age up to 35 year. With $N_0 = 5000$, d_7 is 5.9 cm. The R^2_{adj} was 0.893. The model was only used for diameter and basal area development up to a height of 7 m. For the development above 7 m height, basal area increment was expressed using the model of Jansen *et al.* (2016): $i_G = f(h_{50}, h_{top}, t, S\%, yor)$, using a power function. For the Becking-Hart spacing index $S\% > 16.7$ the basal area increment decreased nonlinearly with $S\%$, with 4.0 % per unit. The R^2_{adj} was 0.579. The year of recording (yor) and h_{top} were not significant, but the site index h_{50} was. The model does not follow Eichhorn's law.

The effect of thinning on diameter after thinning (d_{at}) was modelled with a modification of the La Bastide-Faber model (1972)

Using the integrated models, a yield table was created for even-aged stands of ages up to 90 years, using five site classes. The yield table was compared with tables from Denmark, Germany and the UK. Only the production level of Hamilton & Christie's table (1971) for the UK matched reasonable well with those of the new tables for the Netherlands. Overall, the model of Jansen *et al.* (2016) for Douglas fir turned out to be suitable also for ash.

Literatuur

- Bartelink, H.H., A.F.M. Olsthoorn, A. Oosterbaan & S.M.J. Wijdeven, 2001. Overzicht van een eeuw onderzoek naar groei en opstandsontwikkeling in relatie tot groeiplaats en beheer. Alterra, Research Instituut voor de Groene Ruimte, Wageningen, Alterra-rapport 256.
- Bartelink, H.H., J.J. Jansen, L.G. Goudzwaard, H. Lu, J.F. Oldenburger, A. Oosterbaan, G.M. Mohren & J. den Ouden, 2016. FEM growth and yield data Mixed species forest. DANS: <http://dx.doi.org/10.17026/dans-z5m-kp67>
- Becking, J. H., 1953. Thinning research in forestry. Netherlands Journal of Agricultural Science; 1953. 1(2):122-9.
- Burkhardt, H.E. & R.B. Tennent, 1977. Site index equations for radiata pine in New Zealand. New Zealand Journal of Forestry Science 7: 408-416.
- C.B.S. (Centraal Bureau voor de Statistiek), 1985. De Nederlandse Bosstatistiek, deel 1: de oppervlakte bos, 1980-1983. Staatsuitgeverij, 's-Gravenhage
- Cieszewski C.J., 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. Can. J. For. Res. 31: 165–173.
- Claessens, H., D. Pauwels, A. Thibaut, J. Rondeux, 1999. Site index curves and autecology of ash, sycamore and cherry in Wallonia (Southern Belgium). Forestry 72(3), pp.171-182.
- Dobrowolska, D., S. Hein, A. Oosterbaan, S. Wagner, J. Clark, J.P. Skovsgaard, 2011. A review of European ash (*Fraxinus excelsior* L.): implications for silviculture. An International Journal of Forest Research, Volume 84 (2) 133–148.
- Faber, P.J., 1996. Opbrengsttabel voor de es (*Fraxinus excelsior* L.) in Nederland. In: Jansen, J.J., J. Sevenster & P.G. Faber (editors) (1996). Opbrengsttabellen voor belangrijke boomsoorten in Nederland. IBN rapport 96/Hinkeloord reports No.17, p 91-98.
- Goudzwaard, L, J.J. Jansen, A. Oosterbaan, J.F. Oldenburger, G.M. Mohren & J. den Ouden, 2016. FEM growth and yield data Monocultures – Ash. DANS: <http://dx.doi.org/10.17026/dans-xmc-39t5>.
- Hamilton, G.J. and J.M. Christie, 1971. Forest management tables (metric). Forestry Commission Booklet no. 34. HMSO, London.
- Hart, H.M.J., 1928. Stamtal en dunning : een orienteerend onderzoek naar de beste plantwijdte en dunningswijze voor den djati. Proefschrift Wageningen. Mededeelingen Proefstation voor het Boschwezen (21) 219 p. + 7 bijl. Veenman, Wageningen.
- Heisterkamp, S.H., 1981. Opstandsinhoudsfuncties. Rapport Rijksinstituut voor onderzoek in de bos- en landschapsbouw "De Dorschkamp" 271, Wageningen.
- IUFRO, 1959. The standardization of symbols in forest mensuration. International Union of Forest Research Organizations, Londen.
- Jansen, J.J. & J.W. Hildebrand, 1986. Een nieuwe opbrengsttabel voor de fijnspar (*Picea abies* Karst.) in Nederland. Landbouwhogeschool, Vakgroep Boshuishoudkunde, Wageningen.
- Jansen, J.J., J. Sevenster & P.G. Faber (redactie), 1996. Opbrengsttabellen voor belangrijke boomsoorten in Nederland. IBN rapport 96/Hinkeloord reports No.17, 202 pag.
- Jansen, J.J., H. Schoonderwoerd, G.M.J. Mohren & J. den Ouden, 2016. [Groei en productie van douglas in Nederland. Becking's dunningproeven ontsloten](#). Wageningen Academic Publishers.
- Jansen, J.J., A. Oosterbaan, G.M.J. Mohren & J. den Ouden, 2018a. [Groei en productie van Japanse lariks in Nederland. FEM Groei en productie rapport 2018 – 1](#), Wageningen Universiy.

- Jansen, J.J., G.M.J. Mohren, A. Oosterbaan, L. Goudzwaard en J. den Ouden, 2018b. [Groei en productie van beuk in Nederland. FEM Groei en productie rapport 2018 – 5](#), Wageningen Universiy.
- Jansen, J.J., A. Oosterbaan, G.M.J. Mohren en J. den Ouden, 2018c. [Groei en productie van Amerikaanse eik in Nederland. FEM Groei en Productie Rapport 2018 – 9](#), Wageningen Universiy.
- Korf, V., 1939. Příspěvek k matematické formulaci vzrůstového zákona lesních porostů. [Contribution to mathematical definition of the law of stand volume growth.] Lesnická práce, 18: 339–379.
- La Bastide, J.G.A. & P.J. Faber, 1972. Revised yield tables for six tree species in the Netherlands. Uitvoerig Verslag Bosbouwproefstation "De Dorschkamp", band 11, nr. 1.
- Møller C.M. & C. Nielsen, 1959. Bonitetsvise tilvækstoversigter for ask i Danmark ca. 1950, Dansk Skovforenings Tidsskrift; 44(6):340-401.
- Oosterbaan A. 1994. Different establishment methods of ash (*Fraxinus excelsior*), a trial project. IBN-Report 94/4. 25 p.
- Pienaar, L.V., & K.J. Turnbull, 1973. The Chapman-Richards generalization of von Bertallanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. Forest Science 19: 2-22.
- Schoonderwoerd, H., J.P.G. de Klein en J.N. van de Schee, 1991. Massatabellen voor berk, beuk, es en inlandse eik (bosbomen). Maatschappij Damen, Schoonderwoerd en de Klein, Rapport nr. 23.
- Schumacher, F.X. & Hall, F.S., 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. Journal of Agricultural Research, v.47, n.9, p.719-734.
- Volquardts G., 1958. Die Esche in Schleswig-Holstein. Hann. Münden, Germany Universität Göttingen pg. 131 p Dissertation.
- Wimmenauer K., 1919. Wachstum und Ertrag der Esche. Allg. Forst Jagdzeitung, vol. 95 9-17.

Bijlage 1. Opbrengsttabel voor es Nederland 2018

Toelichting opbrengsttabellen

In de kop van de opbrengsttabellen zijn een aantal standaard symbolen (IUFRO, 1959). In onderstaande tabel wordt de SI-eenheid vermeld en de betekenis van het symbool weergegeven.

symbool	eenheid	betekenis
Boniteit		relatieve indeling in groeiklassen
h_{50}	m	Site index (opperhoogte op 50 jr.)
P_{50}	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{j}^{-1}$	Productieklasse op 50 jr. ¹⁾
t	j	leeftijd vanaf kieming
h_{top}	m	opperhoogte
N	ha^{-1}	stamtal per ha
$S\%$		Hart-Becking dunning-index
G	m^2ha^{-1}	grondvlak per ha
d_g	cm	diameter (1,30 m) van de middenboom ²⁾
h_g	m	hoogte van de middenboom
V	m^3ha^{-1}	volume per ha ³⁾
lc_G	$\text{m}^2\text{ha}^{-1}\text{j}^{-1}$	lopende grondvlakbijgroei per ha per jaar op leeftijd t jaar
lc_V	$\text{m}^2\text{ha}^{-1}\text{j}^{-1}$	lopende volumebijgroei per ha per jaar op leeftijd t jaar
lm_G	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{j}^{-1}$	gemiddelde grondvlakbijgroei per ha per jaar tot op leeftijd t jaar
lm_V	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{j}^{-1}$	gemiddelde volumebijgroei per ha per jaar tot op leeftijd t jaar

¹⁾ gemiddelde productie, inclusief dunning maar exclusief sterfte (volumebijgroei) per ha tot op leeftijd 50 jaar

²⁾ boom met gemiddeld boomgrondvlak en boomvolume

³⁾ Het volume is gedefinieerd als het spilhoutvolume met schors.

Explanation yield tables

In the header of the yield tables a number of standard symbols (IUFRO, 1959) are used. In the table below the SI units and the meaning of the symbols are given.

symbol	unit	meaning
Site class		relative partition in site classes
h_{50}	m	Site index (top height at 50 yr)
P_{50}	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{yr}^{-1}$	Production class at 50 yr ¹⁾
t	j	age since germination
h_{top}	m	top height
N	ha^{-1}	Number of stems per ha
$S\%$		$S\%$ (Hart-Becking spacing index)
G	m^2ha^{-1}	Basal area per ha
d_g	cm	diameter (1,30 m) of the basal area mean tree
h_g	m	height of the basal area mean tree
V	m^3ha^{-1}	volume per ha ²⁾
Ic_G	$\text{m}^2\text{ha}^{-1} \text{yr}^{-1}$	current basal area increment per ha per year at age t
Ic_V	$\text{m}^2\text{ha}^{-1}\text{yr}^{-1}$	current volume increment per ha per year at age t
Im_G	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{yr}^{-1}$	mean basal area increment per ha per year until age t
Im_V	$\text{m}^3\text{ha}^{-1}\text{yr}^{-1}$	mean volume increment per ha per year until age t

¹⁾ Mean production, including thinning but excluding mortality (volume increment) per ha until age 50 yr.

²⁾ The volume is defined as the stem volume over bark.

ES		matige laagduunning												Boniteit I, h50 = 28.6, P50 = 13.9									
ASH		moderate thinning from below												Site Class I, h50 = 28.6, P50 = 13.9									
	Opstandkenmerken		Kenmerken voor duunning					Dunning			Kenmerken na duunning					Bijgroei							
t	h _{top}	S%	N	G	d _g	h _g	V	N	G	d _g	V	N	G	d _g	h _g	V	lc _g	lm _g	lc _v	lm _v	t		
5	4.6		5000	4.6	3.4	3.7	9					5000	4.6	3.4	3.7	9	3.12	0.92	8.3	1.8	5		
10	10.1	19.0	5000	21.4	7.4	8.3	107	1861	6.9	6.8	33	3139	14.5	7.7	8.4	74	2.44	2.14	18.6	10.7	10		
15	14.7	19.0	3139	25.2	10.1	12.6	166	1657	11.6	9.4	73	1482	13.6	10.8	12.7	93	1.89	2.13	17.5	13.3	15		
20	18.3	19.0	1482	22.2	13.8	16.0	175	528	6.8	12.8	51	954	15.4	14.3	16.2	124	1.59	2.03	16.0	14.1	20		
25	21.1	19.0	954	22.9	17.5	18.7	201	238	4.9	16.2	41	716	18.0	17.9	18.9	160	1.40	1.92	15.1	14.3	25		
30	23.3	19.0	716	24.6	20.9	20.8	233	129	3.8	19.3	34	587	20.8	21.3	21.1	199	1.26	1.82	14.3	14.4	30		
35	25.1	19.0	587	26.8	24.1	22.5	269	79	3.1	22.3	29	508	23.8	24.4	22.8	239	1.15	1.73	13.6	14.3	35		
40	26.5	19.0	508	29.3	27.1	23.8	306	53	2.6	25.0	26	455	26.7	27.3	24.1	280	1.07	1.66	13.0	14.2	40		
45	27.7	19.0	455	31.9	29.9	24.9	344	37	2.2	27.5	23	418	29.7	30.1	25.3	321	1.00	1.59	12.5	14.0	45		
50	28.6	19.0	418	34.6	32.4	25.9	383	27	1.9	29.9	20	391	32.6	32.6	26.2	362	0.94	1.53	12.0	13.9	50		
55	29.4	19.2	391	37.2	34.8	26.6	421	30	2.4	32.1	26	361	34.8	35.0	27.0	396	0.89	1.47	11.5	13.7	55		
60	30.1	19.5	361	39.2	37.2	27.3	452	24	2.2	34.3	24	337	36.9	37.4	27.6	428	0.84	1.42	11.1	13.5	60		
65	30.6	19.7	337	41.1	39.4	27.9	482	20	2.1	36.3	23	317	39.0	39.6	28.2	459	0.80	1.37	10.6	13.3	65		
70	31.1	19.9	317	42.9	41.5	28.3	511	17	2.0	38.3	22	300	40.9	41.7	28.7	488	0.76	1.33	10.2	13.1	70		
75	31.6	20.2	300	44.6	43.5	28.8	539	15	1.9	40.2	22	285	42.7	43.7	29.1	517	0.73	1.29	9.9	12.9	75		
80	31.9	20.4	285	46.3	45.5	29.2	566	13	1.8	42.0	21	272	44.5	45.6	29.5	545	0.70	1.26	9.6	12.7	80		
85	32.3	20.6	272	47.9	47.3	29.5	592	12	1.7	43.8	20	261	46.2	47.5	29.9	572	0.67	1.22	9.3	12.5	85		
90	32.5	20.9	261	49.5	49.2	29.8	618	10	1.7	45.5	20	250	47.8	49.3	30.2	598	0.64	1.19	9.1	12.3	90		

ES		matige laagdunning										Boniteit II, h50 = 25.4, P50 = 11.0									
ASH		moderate thinning from below										Site Class II, h50 = 25.4, P50 = 11.0									
		Kenmerken voor dunning					Dunning					Kenmerken na dunning					Bijgroei				
		Characteristics before thinning					Thinning					Characteristics after thinning					Increment				
<i>t</i>	Opstandkenmerken	<i>N</i>	<i>G</i>	<i>d_g</i>	<i>h_g</i>	<i>V</i>	<i>N</i>	<i>G</i>	<i>d_g</i>	<i>V</i>	<i>N</i>	<i>G</i>	<i>d_g</i>	<i>h_g</i>	<i>V</i>	<i>Ic_G</i>	<i>Im_G</i>	<i>Ic_V</i>	<i>Im_V</i>	<i>t</i>	
5	3.4	5000	1.8	2.1	2.7	3					5000	1.8	2.1	2.7	3	1.45	0.35	2.9	0.5	5	
10	7.6	5000	15.4	6.3	6.1	48					5000	15.4	6.3	6.1	48	2.52	1.54	21.7	4.8	10	
15	11.5	5000	25.4	8.0	9.6	140	2600	10.9	7.3	58	2400	14.5	8.8	9.7	82	1.79	1.69	14.8	9.3	15	
20	14.8	2400	22.8	11.0	12.7	153	947	7.3	9.9	47	1453	15.4	11.6	12.9	106	1.52	1.68	13.8	10.5	20	
25	17.5	1453	22.6	14.1	15.3	172	414	5.2	12.6	38	1039	17.4	14.6	15.5	134	1.33	1.63	13.1	11.1	25	
30	19.8	1039	23.7	17.0	17.4	198	220	4.0	15.3	32	819	19.6	17.5	17.6	166	1.20	1.57	12.5	11.4	30	
35	21.6	819	25.3	19.8	19.2	227	132	3.3	17.8	28	687	22.1	20.2	19.4	199	1.10	1.51	12.0	11.5	35	
40	23.1	687	27.3	22.5	20.6	258	87	2.8	20.1	25	600	24.6	22.8	20.9	233	1.02	1.45	11.5	11.5	40	
45	24.3	600	29.5	25.0	21.8	290	60	2.4	22.4	22	540	27.1	25.3	22.1	267	0.95	1.40	11.1	11.5	45	
50	25.4	540	31.7	27.3	22.9	322	44	2.1	24.4	20	496	29.6	27.6	23.2	302	0.90	1.35	10.8	11.4	50	
55	26.3	496	34.0	29.6	23.7	355	44	2.4	26.4	24	451	31.6	29.8	24.0	331	0.85	1.31	10.4	11.4	55	
60	27.1	451	35.7	31.7	24.5	382	35	2.2	28.4	23	416	33.4	32.0	24.8	359	0.80	1.27	10.0	11.3	60	
65	27.7	416	37.3	33.8	25.1	408	29	2.1	30.3	22	387	35.2	34.0	25.5	386	0.76	1.23	9.6	11.1	65	
70	28.3	387	38.9	35.8	25.7	433	24	2.0	32.1	21	363	37.0	36.0	26.1	412	0.72	1.19	9.3	11.0	70	
75	28.8	363	40.5	37.7	26.2	458	21	1.9	33.8	20	342	38.6	37.9	26.6	438	0.69	1.16	9.0	10.9	75	
80	29.3	342	42.0	39.5	26.7	482	18	1.8	35.5	19	324	40.2	39.8	27.0	463	0.66	1.13	8.7	10.8	80	
85	29.7	324	43.5	41.3	27.1	506	16	1.7	37.1	19	308	41.8	41.5	27.4	487	0.63	1.10	8.5	10.6	85	
90	30.0	308	44.9	43.0	27.5	529	14	1.6	38.7	18	295	43.2	43.2	27.8	511	0.61	1.08	8.2	10.5	90	

ES		matige laagdunning												Boniteit III, h50 = 22.2, P50 = 9.2									
ASH		moderate thinning from below												Site Class III, h50 = 22.2, P50 = 9.2									
t	Opstandkenmerken Stand characteristics	Kenmerken voor dunning Characteristics before thinning					Dunning Thinning					Kenmerken na dunning Characteristics after thinning					Bijgroei Increment						
		h _{top}	S%	N	G	d _g	h _g	V	N	G	d _g	V	N	G	d _g	h _g	V	Ic _G	Ic _G	Ic _V	Ic _V	t	
5	2.4			5000	0.5	1.1	1.9	1										0.57	0.10	0.8	0.1	5	
10	5.7			5000	7.9	4.5	4.5	19										2.39	0.79	7.5	1.9	10	
15	8.9	19.0		5000	19.1	7.0	7.1	87	920	2.7	6.1	12	4080	16.4	7.2	7.2	76	1.76	1.27	11.9	5.8	15	
20	11.7	19.0	19.0	4080	24.4	8.7	9.8	136	1751	8.1	7.7	43	2329	16.3	9.4	9.9	93	1.46	1.35	11.8	7.4	20	
25	14.2	19.0	19.0	2329	23.1	11.2	12.1	150	744	5.6	9.8	35	1585	17.5	11.8	12.3	115	1.27	1.35	11.2	8.2	25	
30	16.3	19.0	19.0	1585	23.4	13.7	14.2	170	387	4.3	12.0	30	1198	19.1	14.2	14.4	140	1.14	1.33	10.8	8.7	30	
35	18.2	19.0	19.0	1198	24.5	16.1	15.9	193	228	3.5	14.0	26	970	21.0	16.6	16.1	167	1.04	1.29	10.4	8.9	35	
40	19.7	19.0	19.0	970	26.0	18.5	17.4	218	147	3.0	16.0	24	823	23.0	18.9	17.6	194	0.96	1.26	10.1	9.1	40	
45	21.1	19.0	19.0	823	27.6	20.7	18.7	244	101	2.6	17.9	21	722	25.1	21.0	19.0	222	0.90	1.22	9.8	9.2	45	
50	22.2	19.0	19.0	722	29.4	22.8	19.8	271	73	2.2	19.7	19	649	27.2	23.1	20.1	251	0.84	1.18	9.5	9.2	50	
55	23.2	19.2	19.2	649	31.3	24.8	20.8	298	69	2.5	21.5	23	580	28.8	25.1	21.1	276	0.80	1.15	9.2	9.3	55	
60	24.1	19.5	19.5	580	32.7	26.8	21.7	321	54	2.3	23.2	21	526	30.4	27.1	21.9	300	0.75	1.12	8.9	9.2	60	
65	24.8	19.7	19.7	526	34.1	28.7	22.4	343	43	2.1	24.9	20	483	31.9	29.0	22.7	323	0.71	1.09	8.6	9.2	65	
70	25.5	19.9	19.9	483	35.4	30.6	23.1	365	36	2.0	26.5	19	447	33.4	30.9	23.4	346	0.68	1.06	8.3	9.1	70	
75	26.1	20.2	20.2	447	36.8	32.3	23.7	387	30	1.9	28.1	19	417	34.9	32.6	24.0	368	0.65	1.03	8.1	9.1	75	
80	26.6	20.4	20.4	417	38.1	34.1	24.2	408	25	1.8	29.6	18	392	36.3	34.3	24.5	390	0.62	1.01	7.8	9.0	80	
85	27.1	20.6	20.6	392	39.3	35.8	24.7	429	22	1.7	31.1	17	370	37.7	36.0	25.0	412	0.59	0.99	7.6	8.9	85	
90	27.5	20.9	20.9	370	40.6	37.4	25.1	449	19	1.6	32.5	17	351	39.0	37.6	25.4	432	0.57	0.96	7.4	8.9	90	

ES		matige laagduunning										Boniteit IV, h50 = 19.0, P50 = 7.2									
ASH		moderate thinning from below										Site Class IV, h50 = h50 = 19.0, P50 = 7.2									
		Opstandkenmerken			Kenmerken voor dunning					Dunning			Kenmerken na dunning					Bijgroei			
t	h_{top}	S%	N	G	d_g	h_g	V	N	G	d_g	V	N	G	d_g	h_g	V	lc_g	lm_g	lc_v	lm_v	t
5	1.7		5000	0.1	0.4	1.4	0					5000	0.1	0.4	1.4	0	0.15	0.01	0.2	0.0	5
10	4.1		5000	3.3	2.9	3.3	6					5000	3.3	2.9	3.3	6	1.19	0.33	2.8	0.6	10
15	6.6		5000	11.9	5.5	5.3	32					5000	11.9	5.5	5.3	32	2.09	0.79	7.8	2.1	15
20	9.0	19.0	5000	19.9	7.1	7.3	93	1082	3.1	6.0	14	3918	16.9	7.4	7.4	79	1.39	1.00	9.5	4.6	20
25	11.2	19.0	3918	23.3	8.7	9.3	127	1376	5.9	7.4	31	2542	17.4	9.3	9.5	96	1.20	1.06	9.4	5.6	25
30	13.2	19.0	2542	23.1	10.8	11.2	142	699	4.5	9.1	27	1843	18.6	11.3	11.3	116	1.07	1.07	9.1	6.2	30
35	14.9	19.0	1843	23.7	12.8	12.8	161	404	3.7	10.8	24	1439	20.0	13.3	13.0	137	0.97	1.06	8.9	6.6	35
40	16.4	19.0	1439	24.7	14.8	14.3	181	256	3.1	12.4	22	1183	21.6	15.2	14.5	159	0.90	1.05	8.7	6.9	40
45	17.8	19.0	1183	25.9	16.7	15.6	202	173	2.7	14.0	20	1009	23.2	17.1	15.8	182	0.84	1.03	8.5	7.1	45
50	19.0	19.0	1009	27.3	18.6	16.8	224	123	2.3	15.6	18	886	25.0	18.9	17.0	206	0.79	1.00	8.3	7.2	50
55	20.1	19.2	886	28.8	20.3	17.8	247	110	2.5	17.1	21	776	26.3	20.8	18.1	226	0.74	0.98	8.1	7.3	55
60	21.0	19.5	776	29.9	22.2	18.7	266	85	2.3	18.6	19	691	27.6	22.6	19.0	246	0.70	0.96	7.8	7.3	60
65	21.8	19.7	691	31.0	23.9	19.6	285	67	2.1	20.1	19	623	28.9	24.3	19.8	266	0.66	0.94	7.6	7.4	65
70	22.6	19.9	623	32.1	25.6	20.3	303	54	2.0	21.5	18	569	30.1	26.0	20.6	286	0.63	0.92	7.4	7.4	70
75	23.3	20.2	569	33.2	27.3	21.0	322	45	1.8	22.9	17	524	31.4	27.6	21.3	305	0.60	0.90	7.2	7.4	75
80	23.9	20.4	524	34.3	28.9	21.6	340	38	1.7	24.3	16	487	32.6	29.2	21.9	324	0.58	0.88	7.0	7.3	80
85	24.4	20.6	487	35.4	30.4	22.1	358	32	1.7	25.6	16	455	33.8	30.8	22.4	342	0.55	0.86	6.8	7.3	85
90	24.9	20.9	455	36.5	32.0	22.7	376	28	1.6	26.9	15	427	34.9	32.3	22.9	361	0.53	0.84	6.6	7.3	90

ES		matige laagduunning										Boniteit V, h50 = 15.8, P50 = 5.3									
ASH		moderate thinning from below										Site Class V, h50 = 15.8, P50 = 5.3									
t	Opstandkenmerken Stand characteristics	Kenmerken voor duunning Characteristics before thinning					Dunning Thinning					Kenmerken na duunning Characteristics after thinning					Bijgroei Increment				
	h_{top}	S%	N	G	d_g	h_g	V	N	G	d_g	V	N	G	d_g	h_g	V	lc_G	lm_G	lc_V	lm_V	t
5	1.2		5000	1.1	1.7	2.4	0					5000	1.1	1.7	2.4	0	0.0	0.0	0.0	0.0	5
10	3.0		5000	1.1	1.7	2.4	2					5000	1.1	1.7	2.4	2	0.52	0.11	0.9	0.2	10
15	4.9		5000	5.3	3.7	3.9	11					5000	5.3	3.7	3.9	11	1.14	0.35	3.1	0.7	15
20	6.8		5000	12.5	5.6	5.4	34					5000	12.5	5.6	5.4	34	1.60	0.62	6.1	1.7	20
25	8.6	19.0	5000	18.8	6.9	6.9	85	676	1.7	5.6	7	4324	17.2	7.1	7.0	78	1.13	0.75	7.4	3.4	25
30	10.3	19.0	4324	22.5	8.1	8.5	115	1311	4.5	6.6	22	3014	17.9	8.7	8.6	93	1.00	0.80	7.5	4.1	30
35	11.9	19.0	3014	22.7	9.8	10.0	130	744	3.7	8.0	20	2270	19.0	10.3	10.1	110	0.91	0.83	7.3	4.6	35
40	13.3	19.0	2270	23.4	11.4	11.3	146	463	3.1	9.3	19	1807	20.2	11.9	11.5	127	0.84	0.83	7.2	4.9	40
45	14.6	19.0	1807	24.2	13.1	12.6	163	309	2.7	10.6	17	1498	21.5	13.5	12.7	146	0.78	0.83	7.1	5.1	45
50	15.8	19.0	1498	25.3	14.7	13.7	181	217	2.4	11.9	16	1281	22.9	15.1	13.9	165	0.73	0.82	7.0	5.3	50
55	16.9	19.2	1281	26.5	16.2	14.8	199	186	2.5	13.1	18	1096	23.9	16.7	15.0	181	0.69	0.81	6.8	5.5	55
60	17.9	19.5	1096	27.3	17.8	15.7	215	140	2.3	14.4	17	956	25.0	18.2	15.9	198	0.65	0.80	6.7	5.6	60
65	18.7	19.7	956	28.1	19.4	16.6	231	109	2.1	15.7	16	847	26.0	19.8	16.8	214	0.61	0.79	6.5	5.7	65
70	19.6	19.9	847	29.0	20.9	17.4	246	87	2.0	16.9	16	760	27.1	21.3	17.6	231	0.58	0.77	6.3	5.7	70
75	20.3	20.2	760	29.9	22.4	18.1	262	71	1.8	18.1	15	689	28.1	22.8	18.4	247	0.56	0.76	6.2	5.7	75
80	21.0	20.4	689	30.8	23.9	18.8	277	58	1.7	19.3	15	631	29.1	24.2	19.1	263	0.53	0.75	6.1	5.8	80
85	21.6	20.6	631	31.7	25.3	19.4	293	49	1.6	20.5	14	582	30.1	25.6	19.7	279	0.51	0.73	5.9	5.8	85
90	22.2	20.9	582	32.6	26.7	20.0	308	42	1.5	21.7	14	540	31.0	27.0	20.3	294	0.49	0.72	5.8	5.8	90